О.А. Ф и н ь к о (Краснодар, каф. КТиИБ КубГТУ). **Реализация систем k-значных функций на основе Китайской теоремы об остатках.**

Известно, что произвольная k-значная функция $f_i^{(k)}(Z)$, существенно зависящая от всех переменных $z_1, z_2, \ldots, z_m$, может быть представлена арифметическим полиномом [1]:

$$f_i^{(k)}(Z) = a_{i,0} + \sum_{j=1}^{k^n-1} a_{i,j}\, z_1^{j_1} z_2^{j_2} \ldots z_n^{j_n}, \tag{1}$$

где $a_{i,0}, a_{i,1}, \ldots, a_{i,k^n-1}$ — рациональные коэффициенты; $j_n, j_{n-1}, \ldots, j_1$ — цифры k-значного представления j ($j = \sum_{u=1}^{n} j_u k^{n-u}$); $z_u^{j_u} = \begin{cases} z_u, & j_u \neq 0, \\ 1, & j_u = 0. \end{cases}$

Требуется реализовать с и с т е м у функций $f_1^{(k)}(Z),\ f_2^{(k)}(Z),\ \ldots,\ f_d^{(k)}(Z)$ каждая из которых, существенно зависима от всех переменных.

Будем искать решение системы сравнений:

$$Y \equiv f_1^{(k)}(Z),\ Y \equiv f_2^{(k)}(Z),\ \ldots,\ Y \equiv f_d^{(k)}(Z), \tag{2}$$

где $m_1, m_2, \ldots, m_d$ — система простых неповторяющихся модулей таких, что $m_i \geq k$.

Как известно, решение системы (2) дает Китайская теорема об остатках (КТО). Используя КТО и учитывая представление (1), получим положение.

Утверждение. *Произвольная система k-значных функций $f_1^{(k)}(Z), f_2^{(k)}(Z), \ldots, f_d^{(k)}(Z)$, каждая из которых существенно зависит от всех переменных, может быть однозначно представлена полиномом $\theta(Z)$:*

$$\begin{aligned} Y = \theta(Z) &= \left| f_1^{(k)}(Z)\frac{Mq_1}{m_1} + f_2^{(k)}(Z)\frac{Mq_2}{m_2} + \ldots + f_d^{(k)}(Z)\frac{Mq_d}{m_d} \right|_M \\ &= \left| \zeta_0 + \sum_{j=1}^{k^n-1} \zeta_j\, z_1^{j_1} z_2^{j_2} \ldots z_n^{j_n} \right|_M, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\zeta_j(Z) = \left|\sum_{i=1}^{d} a_{i,j} M q_i m_i^{-1}\right|_M$ $(j = 0, 1, \ldots, k^n-1)$; $a_{i,j}$ $(i = 1, 2, \ldots, d;\ j = 0, 1, \ldots, k^n-1)$ — коэффициенты из (1); $|\cdot|_M$ — наименьший неотрицательный вычет $\cdot$ по модулю M; $M = \prod_{i=1}^{d} m_i$; q_i находится из сравнений $q_i M m_i^{-1} \equiv 1 \pmod{m_i}$; Y — численный результат вычисления $\theta(Z)$.

Единственность (3) обеспечивается за счет: 1) однозначности представления (1), 2) выполнения требований КТО к модулям m_i $(i = 1, 2, \ldots, d)$, 3) выполнения взаимоотношения $m_i \geq k$ $(i = 1, 2, \ldots, d)$, 4) соблюдением выполнения требования к простоте модулей m_i $(i = 1, 2, \ldots, d)$ (вычисления выполняются в простом поле).

Свойство. *Значение i-й функции системы $f_1^{(k)}(Z),\ f_2^{(k)}(Z),\ \ldots,\ f_d^{(k)}(Z)$ может быть получено путем определения наименьшего неотрицательного вычета:*

$$f_i^{(k)}(Z) = |Y|_{m_i}. \tag{4}$$

Вывод. Система k-значных функций может быть реализована о д н и м арифметическим полиномом (3). Определение значений функций на основе (4) легко подвергается распараллеливанию и вычислительно проще по сравнению со способами, предусмотренными в [1, 2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Strazdins J.* The polinomial arithmetic of multivalued logic// Algebra, Combinat. Logic Comput. Sci. 1986. V. 42. P. 777–785.
2. *Асланова Н. Х., Фараджев Р. Г.* Об арифметическом представлении функций многозначной логики и параллельном алгоритме нахождения такого представления// АиТ. 1992. № 2. С. 120–131.