ISSN 0005-2310

Автоматика и телемеханика

5

1995

·Наука·

Российская академия наук

Автоматика и Телемеханика

Журнал основан в 1936 году
Выходит 12 раз в год

5
МАЙ
1995

·Наука·Москва

Адрес редакции: 117806, ГСП. Москва, В-342, Профсоюзная ул., 65

Тел. 334-87-70

Зав. редакцией *П.Е. Шрага*

УДК 519.718.3

А. В. ТКАЧЕНКО, д-р техн. наук,
О. А. ФИНЬКО
(Краснодарское высшее военное командно-инженерное училище ракетных войск)

СИНТЕЗ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СТРУКТУРНЫХ КОДОВ

Рассматриваются элементы теории структурного кодирования. Предлагается метод синтеза сложных структурных кодов (ССК) на основе избыточных позиционных счислений (ИПС) для представления данных в информационно-вычислительных системах (ИВС). С целью максимального ускорения и упрощения процедуры преобразования ССК построены подобные ИПС (ПИПС), порождаемые единым базисным выражением. Это позволяет гибко применять различные формы ССК в узлах ИВС с перестраиваемой информационной структурой на уровне представления данных.

1. Введение

Методы информационного резервирования обеспечивают наиболее универсальные свойства отказоустойчивости ИВС по отношению к ошибкам различного происхождения и особенностям защищаемых узлов. Существующие методы кодовой коррекции плохо согласуются с реальной моделью распределения ошибок в узлах ИВС, а высокая сложность кодирующих и декодирующих устройств существенно ограничивает возможности аппаратного контроля.

Это противоречие разрешимо путем введения избыточности на уровне представления данных. При этом достигается одновременно и естественная арифметичность числового представления, и способность к кодовой коррекции при предельной простоте контрольных отношений [1, 2].

На основе ИПС построены наборы различных кодовых форм ССК, которые позволяют гибко применять числовые представления для кодовой коррекции при различных распределениях ошибок в контролируемом органе (такое кодирование называют проблемно-ориентированным (ПОК) [3], анализ эффективности различных ССК дан в [2]). Однако существующие методы синтеза не позволяют строить ССК с любой заранее заданной сложной формой. Поэтому способ применения ССК заключается в наилучшем подборе имеющихся ССК, что не всегда эффективно.

Как известно, негативной стороной ПОК является резкое возрастание объема преобразования информации в ИВС для согласования одного ССК с другим. Известные преобразователи счислений сложны и непроизводительны [3, 4]. Некоторые ССК показывают пример предельной простоты процедуры преобразования ССК [5 – 7]. Требуется построение метода синтеза любого заданного ССК на основе произвольного ИПС, обеспечивающего максимально простое преобразование всех форм ССК.

2. Представление чисел в структурных кодах

В двоичных ИПС мощности $M(n)$ любое n-разрядное число A представляется многочленом

$$(1)\qquad A = \sum_{i=1}^{n} a(i)\,\psi(i),$$

где $a(i) \in \{0,1\}$ – разрядные цифры, $\psi(i)$ – вес i-го разряда. Число $q = \lim \psi(i+1)/\psi(i)$ при $i \to \infty$ принято считать основанием счисления, причем для ИПС $1 < q < 2$. Известны ИПС с естественным и искусственным базисом [1]. В счислениях с естественным базисом

$$\psi(i) = q^i. \tag{2}$$

Члены искусственного базиса составляют числовую последовательность, определяемую обобщенным возвратным выражением

$$\psi(i) = \psi(i-f) + \ldots + \psi(i-h) + \ldots + \psi(i-y), \tag{3}$$

где f, h, y – параметры базисной функции, такие, что $f = 0, 1, 2, \ldots$; $h, y = 1, 2, \ldots$; $f < h < y$.

Свойства базиса определяют основные свойства ИПС, например правила выполнения арифметических операций. Корректирующие ИПС более зависят от формы кодовой комбинации, используемой для представления числа. Каждому числу, лежащему в пределах машинного диапазона, может соответствовать несколько устойчивых кодовых комбинаций с заданными свойствами. В этом случае говорят о ССК, получаемых на основе одного из ИПС. Очевидно, что количество возможных ССК непосредственно связано с избыточностью исходного ИПС.

Обобщенное представление числа в ССК имеет вид

$$\underbrace{0,\ldots,0}_{V_k},\ \underbrace{X,\ldots,X,1}_{L+1},\ \underbrace{0,\ldots,0}_{V_{k-1}},\ \ldots,\ \underbrace{X,\ldots,X,1}_{L+1},\ \underbrace{0,\ldots,0}_{V_1},$$

где $X,\ldots,X,\ 1$ ($X \in \{0,1\}$) – участок кодовой комбинации ССК, называемый структурной группой (СГ) длиной $L+1$ двоичных символов; $V_1,\ldots,V_k$ – количество нулевых символов между СГ. Число L определяется из неравенства

$$\psi(i-L-1) < \psi(i+1) - \psi(i) \leqslant \psi(i-L).$$

СГ вида $0\ldots01$ называется простой, другие СГ – сложными. Соответственно структурные коды могут быть простыми и сложными. Если на величину V_i ($i = 0, 1, \ldots$) не накладывают ограничений, а СГ – простая, то говорят о минимальном структурном коде (МСК). Если СГ сложная, то такой ССК называется сложно-минимальным (СМСК).

Если $0 < V_i < V_{\max}$, то в зависимости от вида СГ имеем соответственно оптимальный и сложно-оптимальный структурный код. Последовательность вида $\ldots00011000110\ldots$ – фрагмент ССК с формой СГ 0011 ($L = 3$). Мощность ССК – $M(n)$ изменяется в зависимости от его формы и в общем случае определяется выражением

$$M(n) = M(n-f) + \ldots + M(n-h) + \ldots + M(n-y) + z, \tag{4}$$

где z – целое число.

3. Синтез подобных избыточных счислений

Для того чтобы синтезировать ССК, необходимо задать его параметры и прежде всего параметры СГ. Для этого представим СГ в общем виде:

$$a(i+u), \ldots, a(i+g), \ldots, a(i), \tag{5}$$

где $a(i+u)=a(i+g)=a(i)=1$, $a(i+\ell)=0$ (ℓ – целое, такое, что $0<\ell\leqslant L$, $\ell\notin\{0,u,\dots,g\}$); $u,\dots;g$ – параметры СГ, причем $0<u\leqslant L$, $u\neq g$. Количество вариантов построения СГ определяется величиной 2^{u}.

Теорема 1. Если задан базис $\psi(i)$, $i=1,2,\dots,n$, определяемый выражением (2) для естественного базиса или выражением (3) для искусственного базиса, то существует базис $\psi^{(1)}(1),\psi^{(1)}(2),\dots,\psi^{(1)}(n-u)$, такой, что

$$\psi^{(1)}(i)=\psi(i)+\ldots+\psi(i+g)+\ldots+\psi(i+u). \tag{6}$$

При этом для естественного базиса $\psi^{(1)}(i+1)=q\cdot\psi^{(1)}(i)$, где q – основание ИПС, и

$$\psi^{(1)}(i)=\psi^{(1)}(i-f)+\ldots+\psi^{(1)}(i-h)+\ldots+\psi^{(1)}(i-y) \tag{7}$$

при искусственном базисе, где $g,\dots,u$ – параметры СГ, f,h,y – параметры базисной функции.

Доказательство теоремы приведено в приложении.

Следствие 1. Для любого A существует полиномиальное представление

$$A=\sum_{i=1}^{n-u}a^{(1)}(i)\psi^{(1)}(i)+r, \tag{8}$$

где $a^{(1)}(i)\in\{0,1\}$, r – остаток ($0\leqslant r<\psi^{(1)}(1)$). Для представления r выбираются начальные условия $a(i)$ при $i\leqslant 0$ так, чтобы была сохранена заданная форма ССК.

Представление (8) является ПИПС.

Следствие 2. При переходе от ПИПС (8) к представлению (1) каждая простая СГ трансформируется в сложную вида (5). Справедливость следствия следует из выражения (6).

Следствие 3. Мощность ПИПС (8) определяется возвратным выражением

$$M^{(1)}(n)=M^{(1)}(n-f)+\ldots+M^{(1)}(n-y)-(k-1)z,$$

где k – количество членов в правой части выражения (6), z – целое число, причем

$$M^{(1)}(n)=M(n)+\ldots+M(n+g)+\ldots+M(n+u).$$

Для синтеза ССК в базисе $\psi(i)$, $i=1,2,\dots,n$, с параметрами СГ, заданными изображением (5), воспользуемся значениями мощностей $M^{(1)}(i)$, где $i=1,\dots,n$. Тогда обобщенный алгоритм синтеза ССК на основе ПИПС зададим условием

$$a(i)=a(g)=a(u)=\begin{cases}0, & M^{(1)}(i-1)>\Delta A,\\ 1, & M^{(1)}(i-1)\leqslant\Delta A<M^{(1)}(i),\end{cases} \tag{9}$$

где $\Delta A=A-\sum\limits_{s=i+1}^{n-u}a(s)\psi(s)-r$, r – остаток из выражения (8).

Пусть задано ИПС (известное как p-счисление или p-ИПС [3]), искусственный базис которого при $p=3$ определен возвратным выражением $\psi_{p=3}(i)=\psi_{p=3}(i-1)+\psi_{p=3}(i-4)$ при $4<i\leqslant n$ и начальными условиями $\psi_{p=3}(i)=0$ ($i<0$), $\psi_{p=3}(i)=1$ ($0<i\leqslant 4$). Необходимо получить все возможные СМСК числа 31 в базисе $p=3$-ИПС ($p=3$-СМСК). Тогда, используя (6), построим системы весов $\psi^{(1)}_{p=3}(i)$ $p=3$-ПИПС для каждой формы СГ (табл. 1), причем для $p=3$-СМСК $M^{(1)}(i)=\psi^{(1)}(i)$.

Таблица 1

№ п/п	Форма СГ	Значения $\psi^{(1)}_{p=3}(i)$ для $i = 1,\ldots,13$												
		13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
0	0001	26	19	14	10	7	5	4	3	2	1	1	1	1
1	0011	62	45	33	24	17	12	9	7	5	3	2	2	2
2	0101	76	55	40	29	21	15	11	8	6	4	3	2	2
3	0111	112	81	59	43	31	22	16	12	9	6	4	3	3
4	1001	95	69	50	36	26	19	14	10	7	5	4	3	2
5	1011	131	95	69	50	36	26	19	14	10	7	5	4	3
6	1101	145	105	76	55	40	29	21	15	11	8	6	4	3
7	1111	181	131	95	69	50	36	26	19	14	10	7	5	4

Таблица 2

№ п/п	Значения $a(i)$ для $i = 1,\ldots,14$ при $\psi^{(1)}_{p=3}(0) = 0$														
	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
3	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
7	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0

В соответствии с условием (9) $p = 3$-СМСК числа 31 в виде значений коэффициентов $a(i)$ представлены в табл. 2. Номера строк в табл. 2 соответствуют номерам строк в табл. 1 со значениями мощностей $M^{(1)}(i)$. В представленном примере многие формы $p = 3$-СМСК неизвестны. Аналогично могут быть получены любые, в рамках принятых ограничений, ССК.

4. Преобразование сложных структурных кодов в подобных счислениях

Рассмотренные положения создают предпосылки для получения чрезвычайно простого способа преобразования ССК. Правила выполнения основных операций (арифметические, логические, коррекции) с представлениями (1) и (8) совпадают, так как их базисные функции заданы одинаковыми возвратными выражениями. Поэтому одни и те же цифровые устройства ИВС могут функционировать в различных ПИПС. Получение требуемой формы ССК достигается путем перехода от одного ПИПС к другому.

Исходное представление числа 31 задано МСК в $p = 3$-ПИПС. Необходимо получить $p = 3$-СМСК с формой СГ 0011. Тогда, с учетом следствия 1, процедура преобразования МСК в СМСК имеет вид (здесь и далее стрелками обозначены пути распространения единиц)

номер разряда	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3...
$\psi^{(1)}_{p=3}(i) =$	62	45	33	24	17	12	9	7	5	3	2...
$\psi_{p=3}(i) =$	26	19	14	10	7	5	4	3	2	1	1...
$p = 3$-МСК 31 =	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0...
$p = 3$-СМСК 31 =	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0...

Обратное преобразование $p = 3$-СМСК с СГ 1101 в $p = 3$-МСК имеет вид

номер разряда	13	12	11	10	9	8	7...4	3	2	1	0
$\psi_{p=3}(i) =$	26	19	14	10	7	5	4...1	1	1	1	0
$\psi^{(1)}_{p=3}(i) =$	145	105	76	55	40	29	21...8	6	4	3	2
$p = 3$-СМСК 31 =	0	0	1	1	0	1	0...0	1	1	0	1
$p = 3$-МСК 31 =	0	0	0	0	0	1	0...0	0	0	0	1

Аналогично рассмотренным примерам осуществляется преобразование ССК в ССК:

$$A = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} \right. , \qquad A = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} \right. .$$

Анализируя табл. 1, легко убедиться, что некоторые базисные последовательности совпадают и являются результатом смещения относительно друг друга (в табл. 1 такие последовательности имеют порядковые номера 0, 4, 5, 7, а также 2 и 6). Следовательно, ССК для некоторых форм СГ преобразуется в рамках одного базиса, что может быть важным при существовании такого требования.

Представим $\psi(i+f)$ и $\psi^{(1)}(i-u)$ в следующем виде:

$$\psi(i+f) = \psi(i) + \ldots + \psi(i-h+f) + \ldots + \psi(i-y+f),$$
$$\psi^{(1)}(i-u) = \psi(i) + \ldots + \psi(i+g-u) + \ldots + \psi(i-u).$$

Тогда легко видеть, что базисные последовательности $\psi(i+f)$ и $\psi^{(1)}(i-u)$ $(i = u, \ldots, n-u)$ совпадают, т.е. $\psi(i+f) = \psi^{(1)}(i-u)$, если выполняются равенства $f - h = g - u$, $y - f = u$.

Существование совпадающих базисных последовательностей ПИПС, смещенных относительно друг друга на некоторое целое j, объясняется тем, что одна возвратная последовательность может быть задана разными начальными условиями базисной функции. Таким образом, для некоторых форм СГ исходная базисная последовательность оказывается подобной сама себе. Это означает, что часть кодовых форм СГ может быть получена в рамках первичной базисной последовательности, что подтверждается известными решениями [5, 6]. Анализ количества таких последовательностей позволяет сравнить возможности предложенного метода синтеза ССК по отношению к известному.

Несмотря на то, что предложенная процедура преобразования позволяет получать ССК с любой формой СГ, она ограничена условиями, накладываемыми на содержание базисных последовательностей исходного и конечного представлений. Поэтому для расширения возможностей метода необходимо обобщить понятие ПИПС.

Лемма 1. Существует базис $\psi^{(s)}(i)$, $i = 1, \ldots, m$, такой, что

$$
\begin{aligned}
&\psi^{(s)}(i) = \psi^{(s)}(i-f) + \ldots + \psi^{(s)}(i-h) + \ldots + \psi^{(s)}(i-y),\\
&\psi^{(s-1)}(i) = \psi^{(s-1)}(i-f) + \ldots + \psi^{(s-1)}(i-h) + \ldots + \psi^{(s-1)}(i-y),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\psi^{(1)}(i) = \psi^{(1)}(i-f) + \ldots + \psi^{(1)}(i-h) + \ldots + \psi^{(1)}(i-y),\\
&\psi^{(0)}(i) = \psi(i);\\
&\psi^{(s)}(i) = \psi^{(s-1)}(i) + \ldots + \psi^{(s-1)}(i+g^{(s-1)}) + \ldots + \psi^{(s-1)}(i+u^{(s-1)}),\\
&\psi^{(s-1)}(i) = \psi^{(s-2)}(i) + \ldots + \psi^{(s-2)}(i+g^{(s-2)}) + \ldots + \psi^{(s-2)}(i+u^{(s-2)}),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\psi^{(1)}(i) = \psi^{(0)}(i) + \ldots + \psi^{(0)}(i+g) + \ldots + \psi^{(0)}(i-u),\\
&g^{(i)}, \ldots, u^{(i)} \text{ – параметры СГ ССК},\\
&g^{(i)} < \ldots < u^{(i)}, \quad g^{(0)} = g, \quad u^{(0)} = u, \quad i = 0, \ldots, s-1.
\end{aligned}
\tag{10}
$$

Доказательство леммы 1 сводится к применению теоремы 1 для всех значений s, начиная с $s = 1$.

Следствие 4. Для любого целого A существует полиномиальное представление

$$
A = \sum_{i=1}^{m} a^{(s)}(i) a^{(s)}(i) + r^{(s-1)},
\tag{11}
$$

где $a^{(s)}(i) \in \{0, 1\}$, $0 \leqslant r^{(s-1)} < a^{(s)}(1)$ $(r^{(0)} = r)$, $m = u^{(0)} + u^{(1)} + \ldots + u^{(s-1)}$.

Представление (11) называется ПИПС s-го порядка.

Следствие 5. Основание ПИПС одного и разных порядков не изменяется. Действительно, $\lim a^{(s)}(i+1)/a^{(s)}(i) = \lim a(j+1)/a(j) = q$ при $i \to \infty$, $j \to \infty$, что вытекает из доказательства теоремы 1.

Следствие 6. Обобщенное изображение СГ (5) в ПИПС s-го порядка имеет вид

$$
a^{(s)}(i + u^{(s-1)}), \ldots, a^{(s)}(i + g^{(s-1)}), \ldots, a^{(s)}(i),
\tag{12}
$$

где $a^{(s)}(i) = a^{(s)}(i + g^{(s-1)}) = a^{(s)}(i + u^{(s-1)}) = 1$, $g^{(s-1)}, \ldots, u^{(s-1)}$ – параметры СГ ПИПС s-го порядка, причем $g^{(s-1)} < \ldots < u^{(s-1)}$.

Тогда при переходе от ПИПС $(s+1)$-го порядка к ПИПС s-го порядка каждая простая СГ трансформируется в сложную СГ вида (12). Справедливо и обратное.

Для ведения преобразования ССК в пределах базиса счисления одного порядка необходимо учитывать следующее свойство: $a^{(s-1)}(i+f) = a^{(s)}(i - u^{(s-1)})$, если $f - h = g^{(s-1)} - u^{(s-1)}$ и $y - f = u^{(s-1)}$.

Техническая реализация метода преобразования ССК использует простейшие параллельные логические структуры с максимальным количеством входов логических элементов $L+1$ и общим временем задержки, равным времени срабатывания одного-двух логических элементов. Для кодирования остатка r может быть использован шифратор объемом 4 – 8 байт.

5. Заключение

Расширены прикладные положения теоретико-числовых свойств базисной функции ИПС. Построенный метод позволяет получать ССК с любой заданной (заказной) формой (на примере $p = 3$-ИПС количество возможных СМСК увеличено на 74 процента). В противоположность известным процедурам преобразования ССК предложенная процедура предполагает изменение базиса ИПС вместе с изменением формы ССК. При этом не изменяются свойства ИПС, связанные с правилами выполнения свертки, арифметических и логических операций, а устройства, использующие ССК, могут функционировать в разных ССК при постоянной архитектуре. Это стимулирует создание ИВС с перестраиваемой информационной структурой на уровне представления данных.

Преобразование ССК сводится к параллельному выполнению простейших логических действий в локальных СГ. Быстродействие устройств преобразования ССК максимально и не зависит от длины числового представления, а структура определяется только формой и длиной СГ и не зависит от свойств базиса ИПС. Преобразователи ССК в ПИПС не содержат арифметических узлов и требуют минимальных затрат оборудования.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы 1. Из выражений (2) и (6) следует $\psi^{(1)}(i+1)/\psi^{(1)}(i) = (q^{i+1}+\ldots+q^{i+g+1}+\ldots+q^{i+u+1})/(q^i+\ldots+q^{i+g}+\ldots+q^{i+u}) = q$. Тогда $\psi^{(1)}(i+1) = q\psi^{(1)}(i)$. Представляя члены правой части выражения (6) с помощью возвратного базисного выражения (3), можно получить

$$\begin{aligned}\psi^{(1)}(i) = {} & \psi(i-f)+\ldots+\psi(i-f+g)+\ldots+\psi(i-f+u)+\ldots \\ & \ldots+\psi(i-h)+\ldots+\psi(i-h+g)+\ldots+\psi(i-h+u)+\ldots \\ & \ldots+\psi(i-y)+\ldots+\psi(i-y+g)+\ldots+\psi(i-y+u).\end{aligned} \tag{П.1}$$

Представим веса $\psi^{(1)}(i-f)$, $\psi^{(1)}(i-h)$, $\psi^{(1)}(i-y)$ с помощью выражения (6):

$$\begin{aligned}\psi^{(1)}(i-f) &= \psi(i-f)+\ldots+\psi(i-f+g)+\ldots+\psi(i-f+u), \\ \psi^{(1)}(i-h) &= \psi(i-h)+\ldots+\psi(i-h+g)+\ldots+\psi(i-h+u), \\ \psi^{(1)}(i-y) &= \psi(i-y)+\ldots+\psi(i-y+g)+\ldots+\psi(i-y+u).\end{aligned} \tag{П.2}$$

Замена соответствующих сумм в (П.1) на $\psi^{(1)}(i-f)$, $\psi^{(1)}(i-h)$, $\psi^{(1)}(i-y)$ с учетом (П.2) дает (7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ткаченко А. В.* Представление, коррекция и обработка избыточных счислений // АиТ. 1991. № 12. С. 138–148.
2. *Ткаченко А. В.* Коррекция структурных кодов // Электронное моделирование. 1991. Т. 13. № 3. С. 73–80.
3. *Стахов А. П., Лихтциндер Б. Я., Орлович Ю. П. и др.* Кодирование данных в информационно-регистрирующих системах // Киев: Техника, 1985.
4. *Брюхович Е. И., Шкитин А. Ф.* Принципы построения процессоров, специализированных на перевод чисел из одной системы счисления в другую, для МВС // Управляющие системы и машины. 1987. № 2. С. 40–46.
5. *Ткаченко А. В.* Преобразователь формы кода. А. с. № 1462491 // Б. И. 1989. № 8. С. 243.
6. *Глушков В. И., Ткаченко А. В., Шинко В. И.* Преобразователь формы кода. А. с. № 1487196 // Б. И. 1989. № 22. С. 211.
7. *Ткаченко А. В., Финько О. А.* Обоснование информационного подхода к преобразованию счислений // Тез. докл. Межгосударственного научно-технического семинара "Надежность, отказоустойчивость и производительность информационных систем"; Туапсе. Краснодар, 1993. С. 6.

Поступила в редакцию 19.05.94